Obrt za poduke "Sinti & Sinti", vl. Fulvio Sinti, E. Barčića 9, Rijeka
mob. 095/8066-444 mail: fulvio@sinti-poduke.hr web: www.sinti-poduke.hr

REDOVI

$\sum a_n$ (red)

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ (suma reda)

Red je konvergentan ako $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = S$

nužan uvjet za konvergenciju reda: $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$
(u protivnom red divergira)

dovoljni uvjeti za konvergenciju nisu tako jednostavni i univerzalni.

apsolutna konvergencija reda:
1) za $\sum |a_n| \Rightarrow$ (konv) $\Rightarrow \sum a_n$ (konv)
2) $\sum a_n$ (Aps. konv) ako je $\sum |a_n|$ konv
3) $\sum a_n$ (Uvj. konv) ako je $\sum |a_n|$ div

geometrijski red $a_1 + a_1 q + a_1 \cdot q^2 + \dots$ $|q| < 1$ konv.

$\sum a_n$ konvergentan tada i $\sum \lambda a_n$ je konv.

Leibnicov kriterij za alternirane redove $\sum (-1)^{n-1} a_n$
alternirani red je konv. ako
1) $|a_1| > |a_2| > \dots > |a_n|$
2) $\lim_{n\to\infty} |a_n| = 0$
dov. uvjet

Kriterij uspoređivanja

a) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \leq \sum_{n=1}^{\infty} b_n$
1) II red konv. $\rightarrow$ I red konv.
2) I red div. $\rightarrow$ II red div.

b) $\lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n} \neq 0$ $a_n \sim b_n$ onda oba reda diverg. ili konv. istovremeno

D'Alembertov kriterij za redove s pozitivnim članovima: $\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = q$
$q < 1$ K
$q > 1$ D
$q = 1$ nema odgovora

Cauchyev kriterij za redove s pozitivnim članovima $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = q$
$0 < q < 1$ K
$q > 1$ D

Integralni kriterij: $a_n = f(n)$ gdje je $f(x)$ pozitivna, silazna i neprekinuta onda red i integral konv. ili div. istovremeno
$\int_a^{\infty} f(x)\,dx$

Dirichletov red $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$ za $p>1$ (K); za $p \leq 1$ (D)

Redovi funkcija

$\sum f(n)$ red funkcija

redovi potencija $\sum a_n (x-x_0)^n$
radijus konvergencije reda $R = \frac{1}{\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{|a_n|}}$

$\sum a_n (x-x_0)^n$ konvergira za svaki x $|x-x_0| < R$

Obrt za poduke "Sinti & Sinti", vl. Fulvio Sinti, E. Barčića 9, Rijeka
mob. 095/8066-444 mail: fulvio@sinti-poduke.hr web: www.sinti-poduke.hr

Beskonačno geometrijski red $a_1 + a_1 q + a_1 q^2 + \dots + a_1 q^n +$

red konvergira za $|q| < 1 \Rightarrow S = \dfrac{a_1}{1-q}$

red divergira za $|q| \geq 1$

Za konvergentne redove $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (a_n \pm b_n) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \pm \sum_{n=1}^{\infty} b_n$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \lambda a_n = \lambda \sum_{n=1}^{\infty} a_n$$

Taylorov red

$$f(x) = f(a) + f'(a)(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \dots + \frac{f^n(a)}{n!}(x-a)^n$$

Mac Laurinov red (formula) za $a=0$

$$f(x) = f(0) + \frac{f'(0)}{1!} \cdot x + \frac{f''(0)}{2!} x^2 + \dots + \frac{f^n(0)}{n!} x^n$$

Postupci kojima se služimo pri razvoju u red potencija:

1. $e^x = 1 + \dfrac{x}{1!} + \dfrac{x^2}{2!} + \dots + \dfrac{x^n}{n!}$ $(-\infty < x < \infty)$
2. $\sin x = \dfrac{x}{1!} - \dfrac{x^3}{3!} + \dfrac{x^5}{5!} - \dots + (-1)^n \dfrac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$ $(-\infty < x < \infty)$
3. $\cos x = 1 - \dfrac{x^2}{2!} + \dfrac{x^4}{4!} - \dots + (-1)^n \dfrac{x^{2n}}{(2n)!}$ $(-\infty < x < \infty)$
4. $(1+x)^m = 1 + \dfrac{m}{1!} x + \dfrac{m(m-1)}{2!} x^2 + \dots$ $(-1 < x < 1)^*$
5. $\ln(1+x) = x - \dfrac{x^2}{2} + \dfrac{x^3}{3} - \dots + (-1)^{n-1} \dfrac{x^n}{n}$ $(-1 < x \leq 1)$